

# Optimierte Abstimmung der Umsteigebeziehungen im ungetakteten ÖPNV unter Berücksichtigung der Umlaufplanung

Neele Leithäuser  
Ingmar Schüle  
Sven O. Krumke

Veröffentlicht in:  
Multikonferenz Wirtschaftsinformatik 2012  
Tagungsband der MKWI 2012  
Hrsg.: Dirk Christian Mattfeld; Susanne Robra-Bissantz



Braunschweig: Institut für Wirtschaftsinformatik, 2012

# **Optimierte Abstimmung der Umsteigebeziehungen im ungetakteten ÖPNV unter Berücksichtigung der Umlaufplanung**

**Neele Leithäuser**

Fraunhofer Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik, 67663 Kaiserslautern,  
E-Mail: neele.leithaeuser@itwm.fraunhofer.de

**Ingmar Schüle**

Fraunhofer Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik, 67663 Kaiserslautern,  
E-Mail: ingmar.schuele@itwm.fraunhofer.de

**Sven O. Krumke**

TU Kaiserslautern, 67663 Kaiserslautern, E-Mail: krumke@mathematik.uni-kl.de

## **Abstract**

Die Optimierung eines ungetakteten Fahrplans verschiedener Verkehrsunternehmen im Hinblick auf die Umsteigequalität der Fahrgäste ist ein schwieriges Abstimmungsproblem. In der Praxis werden darüber hinaus Anforderungen an die operative Umsetzbarkeit eines Ergebnisfahrplans gestellt. Wir stellen einen Ansatz vor, der planerisches Expertenwissen mit dem Potenzial mathematischer Optimierung verknüpft und dabei die Realisierbarkeit des Umlaufplanes sicherstellt.

## **1 Einleitung**

Der Bedarf der Fahrplanabstimmung im Öffentlichen Personennahverkehr (ÖPNV) entsteht, wenn mehrere Anbieter einen gemeinsamen Fahrplan in einem Verkehrsverbund anbieten (vergleiche [5], [8], [9], [10] und [11]). Gerade bei der Zusammenführung von Bahn- und Busfahrplänen treffen häufig sehr unterschiedliche Planungsprozesse mit andersartigen Zielsetzungen und Zeitplänen aufeinander. So plant zum Beispiel die Deutsche Bahn in der Regel ihre Fahrpläne einmal im Jahr, während Busunternehmen häufig einen Sommer- und einen Winterfahrplan verwenden. Des Weiteren hat die Bahn einen geringeren Spielraum für Veränderungen, da unter anderem der Schienenbelegungsplan und die Anschlüsse in anderen Städten berücksichtigt werden müssen.

Ziel der Fahrplanabstimmung ist es, durch kleine Änderungen die Anschlüsse aus Kundensicht zu verbessern. Die gegebenen Fahrpläne, die meist über Jahre gewachsene

Strukturen darstellen, sollen dabei weitestgehend erhalten bleiben. Das Problem ist stark mehrkriteriell, da jeder Anschluss ein eigenes Optimierungsziel darstellt. Hier gilt es zu beachten, dass eine kürzere Anschlusszeit nicht unbedingt einem „besseren“ Anschluss entspricht. Stattdessen sollte eine Umsteigezeit für den Kunden erzeugt werden, die „komfortabel“ ist, nicht zu kurz, aber auch nicht zu lang.

Dieser Artikel stellt zunächst die Problemstellung der Fahrplansynchronisierung detailliert vor und widmet sich dann im Speziellen der Fragestellung nach den Umläufen. Hierbei werden neue wissenschaftliche Erkenntnisse über eine gemeinsame Betrachtung der Fahrplansynchronisierung und der Umlaufplanung vorgestellt.

## 2 Das Fahrplan-Synchronisierungs-Problem

### 2.1 Ausgangslage

Innerhalb einer Region ist zumeist der Verkehrsverbund für die Synchronisierung der Fahrpläne verantwortlich. Die einzelnen zugehörigen Verkehrsunternehmen erstellen einen in sich stimmigen Fahrplan und senden diesen an den Verbund. Der Verkehrsplaner hat dort nur sehr wenig Zeit, die immense Menge an Daten zu analysieren und den Unternehmen Verbesserungsvorschläge zu unterbreiten. Durch den kurzen Zeitraum ist dies aber nur punktuell für einzelne Anschlüsse möglich.

In diesem komplexen Vorgang, der bisher nur wenig durch automatisierte Prozesse unterstützt wird, geht sehr viel Optimierungsspielraum verloren. Das Ziel unserer Arbeit ist es, den Verkehrsplaner mit Hilfe von mathematischen Methoden bei der Analyse des aktuellen Fahrplans zu unterstützen und ihm algorithmisch generierte Verbesserungsvorschläge zu unterbreiten. Der Fokus liegt dabei auf den wichtigen Umsteigepunkten, zum Beispiel dem Hauptbahnhof oder der Stadtmitte, wo viele Passagiere häufig umsteigen.

### 2.2 Modellierung

Als mögliche Änderungen der Fahrpläne erlauben wir in unserem Ansatz kleine zeitliche Abweichungen, sogenannte Shifts, an den Abfahrtszeiten der einzelnen Linien. So bedeutet ein Shift von +2 Minuten, dass alle Touren der entsprechenden Linie zwei Minuten später abfahren. Für die spätere Betrachtung der Umlaufoptimierung kann dieser Ansatz auch auf Shifts von einzelnen Touren erweitert werden.

Die Tourenverläufe (also die Fahrtrouten der einzelnen Linien) sollen hierbei nicht verändert werden, da wir bei dem Synchronisierungsproblem schon von einer fertig ausgearbeiteten Planung der Linienführung ausgehen, die nicht mehr geändert werden darf. Für solch eine Änderung würde der kurze zur Verfügung stehende Zeitraum auch nicht mehr ausreichen.

Um die Menge an zu verarbeitenden Informationen überschaubar zu halten und redundante Informationen von parallel fahrenden Linien zu vermeiden, werden nur die Umsteigevorgänge an wichtigen Umsteigepunkten betrachtet, den sogenannten Netzknoten. Diese werden manuell vom Verkehrsplaner ausgewählt, der somit den Schwerpunkt der Analyse festlegt.

Treffen an einem Netzknoten zwei Touren von unterschiedlichen Linien innerhalb eines relevanten Zeitintervalls aufeinander, so sprechen wir von einem potenziellen Anschluss.

Diese Anschlüsse sind das eigentliche Kernelement des Optimierungsprozesses, da sie die zu optimierenden Größen darstellen. Ein Anschluss besteht dabei im Detail aus einer ankommenden Tour, dem entsprechenden Netzknoten und einer abfahrenden Linie (inklusive der Fahrtrichtung). An dieser Stelle wird die gesamte abfahrende Linie mit all ihren Touren betrachtet, da es dem Passagier in der Regel egal ist, in welche Tour der abfahrenden Linie er umsteigt, solange die Wartezeit komfortabel ist.

Innerhalb eines Fahrplans gibt es diverse Richtlinien oder Wünsche des Verkehrsplaners, die bei einer Optimierung berücksichtigt werden sollten. Beispiele wären ein spezieller Anschluss, der erhalten bleiben muss (z.B. bei Schulbussen), oder ein Verbot für einen speziellen Shift (z.B. durch eine Schienenbelegung). Diese Randbedingungen hinterlegt der Verkehrsplaner manuell in einfacher Form und sie werden dann automatisch in die komplexe mathematische Formulierung eingebaut. Zusätzlich kann der Verkehrsplaner noch Anschlüsse bzw. übergeordnete Kategorien von Anschlüssen als wichtig, normal, unwichtig oder irrelevant kennzeichnen, um die Ergebnisse der Optimierung zu steuern.

Da es nicht sinnvoll ist, den Fahrplan am Morgen und den Fahrplan am Abend gemeinsam zu optimieren, wird der Tag in mehrere Intervalle unterteilt, die dann separat betrachtet werden. Dies ist wichtig, da zum Beispiel morgens der Verkehr eher stadteinwärts verläuft, während abends eher die Anschlüsse stadtauswärts wichtig sind. Der Verkehrsplaner kann beliebige Zeitintervalle seinen Planungswünschen entsprechend vorgeben, so kann er zum Beispiel unterschiedliche Planungen für Werktage, Samstage oder Sonntage erstellen.

### 2.3 Bewertung von Anschlüssen

Die Bewertung von Anschlüssen ist kein einfaches Unterfangen, da jeder Passagier seine eigene Vorstellung davon hat, was ein „guter Anschluss“ ist. Deswegen wurde zusammen mit den Verkehrsplanern des Verkehrsverbund Rhein-Neckar (VRN) eine Klassifizierung erarbeitet, die eine verallgemeinerte Möglichkeit zur Bewertung der Anschlussqualität bietet. Diese unterteilt die Wartezeit des Kunden in fünf Komfortklassen wie in Bild 1 dargestellt (die Wartezeit beschreibt die Aufenthaltszeit des Kunden an der Abfahrtshaltestelle, die Laufzeit zwischen den Haltestellen wurde zuvor herausgerechnet).



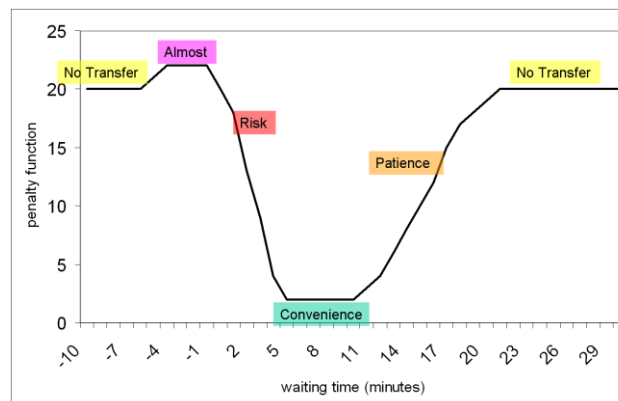
**Bild 1:** Unterteilung der Wartezeit in Komfortklassen.

Die Bedeutung der einzelnen Komfortklassen wird in Tabelle 1 beschrieben. Grundsätzlich ist es das Ziel des Verkehrsplaners, möglichst viele Anschlüsse in Komfort-Anschlüsse umzuwandeln, ohne dabei wichtige Anschlüsse zu verlieren bzw. zu verschlechtern.

Anschlusstyp	Beschreibung
<b>Komfort (Convenience)</b>	Abfahrt kurz nach Ankunft der Fahrgäste. Umstieg mit einem angenehmen Schrittempo möglich, auch wenn die Zubringerfahrt leicht verspätet ist.
<b>Geduld (Patience)</b>	Fahrgäste müssen eine spürbare Zeit warten, bis sie weiterfahren können. Die Wartezeit wird als unkomfortabel empfunden.
<b>Risiko (Risk)</b>	Abfahrt nach sehr kurzer Wartezeit. Hohes Risiko den Anschluss zu verpassen, auch wenn die Zubringerfahrt nur leicht verspätet ist.
<b>Beinahe (Almost)</b>	Fahrplanmäßige Abfahrt kurz vor Ankunft der Zubringerfahrt. Wird von Fahrgästen als ärgerlich wahrgenommen.
<b>Kein Anschluss (No Transfer)</b>	Keine Abfahrt innerhalb eines nennenswerten Zeitintervalls um den Ankunftszeitpunkt.

**Tabelle 1: Erklärung der Komfortklassen für die Wartezeit der Kunden.**

Um der Algorithmik eine Bewertung der Anschlussqualität zu ermöglichen und um unterschiedliche Anschlüsse vergleichen zu können, legen wir über die Wartezeit eine Strafpunktfunktion, wie in Bild 2 dargestellt. Dabei werden Komfort-Anschlüsse mit dem geringsten und Beinahe-Anschlüsse mit dem höchsten Strafwert belegt. Hat man zuvor die Anschlüsse bzgl. ihrer Wichtigkeit priorisiert, kann man die Strafwerte noch mit konstanten Faktoren multiplizieren, um den Fokus der Bewertung auf die wichtigen Anschlüsse zu legen.



**Bild 2: Bewertungsfunktion für die Komfortklassen.**

## 2.4 Optimierungsansatz

Als Ziel einer Optimierung reicht es nicht aus, einfach die Summe aller Anschlussqualitäten aufzuaddieren. Dies liefert zwar ein gutes Maß für die durchschnittliche Anschlussqualität, jedoch gibt es noch weitere Kriterien, die für eine gute Synchronisierung wichtig sind (siehe [10]).

Zum einen ist dies, dass der existierende Fahrplan nicht lokal stark verschlechtert werden soll. So kann es sein, dass ein durchschnittlich sehr guter Fahrplan erzielt werden kann, welcher aber an einem speziellen Netzknoten sehr viele wichtige Anschlüsse verliert. Deswegen ist ein zweites Optimierungsziel, möglichst keinen sehr schlecht bewerteten Netzknoten im Fahrplan zu erhalten (Min-Max-Formulierung).

Zum anderen sollen die Fahrpläne nur durch kleine Änderungen verbessert und nicht vollständig verändert werden. Hier führen wir eine Art Varianz ein, die innerhalb der einzelnen Unternehmen die quadrierten Abstände der Shifts vom durchschnittlichen Shift misst. Diese Modellierung wurde so gewählt, da eine identische Veränderung der Abfahrtszeiten aller Linien eines Unternehmens die unternehmensinternen Anschlüsse nicht verändert.

Mathematisch formuliert entspricht das Problem (bei einer einkriteriellen Betrachtung mit der Summe aller Penalty-Werte als Zielfunktion) einem „Quadratic Semi-Assignment Problem“ (QSAP), wie es in Gleichung (1) dargestellt ist.

$$\begin{aligned} \min & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} b_{ij} x_{ij} + \sum_{\substack{i,k=1 \\ i < k}}^m \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{l=1}^{n_k} c_{ijkl} x_{ij} x_{kl} \\ \text{s.t. } & \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, m\}, \\ & x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \{1, \dots, m\}, j \in \{1, \dots, n_i\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Die  $\{0,1\}$ -Variablen  $x_{ij}$  haben dabei den Wert 1, wenn der Linie  $i$  der Shift  $j$  zugeordnet wurde, ansonsten ist ihr Wert 0. Die Koeffizienten  $b_{ij}$  und  $c_{ijkl}$  beschreiben die Umsteigequalität zwischen den einzelnen Linien bei entsprechenden Shifts. Die Summation läuft hierbei über alle Linien ( $i, k$ ) und alle möglichen zugehörigen Shifts ( $j, l$ ).

Das QSAP ist bekanntermaßen NP-schwer und somit für praxisrelevante Problemgrößen der Fahrplansynchronisierung (mit mehr als 30 Linien) nicht in akzeptabler Zeit exakt lösbar. Daher lösen wir die Problemstellung mithilfe von Metaheuristiken. Wir haben ein Simulated Annealing Verfahren, einen Genetischen Algorithmus und einen Ant Colony Optimization Ansatz implementiert und getestet (für detaillierte Ergebnisse siehe [6]). Das Ergebnis der Studie war, dass die Verfahren alle ähnlich gut das gegebene Problem lösen konnten. Generell war zu beobachten, dass eine Hybridisierung der Verfahren mit einem zusätzlichen Local Search Ansatz die Rechenzeit noch einmal deutlich verbessern konnte.

Das Problem bei der Verwendung von Metaheuristiken ist, dass man keine Aussage über die Qualität der berechneten Lösungen erhält. Die erzeugten Ergebnisse können also entweder sehr nah an den potentiell erreichbaren optimalen Lösungen liegen oder aber sehr weit von diesen entfernt sein. Um dieses Problem zu lösen haben wir Verfahren entwickelt, die untere Schranken für die Lösungsqualität bestimmen (siehe [1]). Um dies zu erreichen wurde die sogenannte Reformulation Linearization Technique (RLT) auf QSAPs erweitert. Die berechneten Schranken zeigen, dass die Ergebnisse der Metaheuristiken sehr nah an den bestmöglichen Fahrplänen liegen (also dass die Lücke zwischen der unteren Schranke und der berechneten besten Lösung sehr klein ist).

### 3 Berücksichtigung der Umlaufplanung

Verändert man die Anfangszeiten der Touren, so kann dies nicht nur die Umsteigequalität eines Fahrplans verbessern, sondern kann auch die Ausführbarkeit des Fahrplans zerstören. Dies ist zum Beispiel dann der Fall, wenn die angepassten Umlauf- oder Dienstpläne für den neuen Plan hohe Kosten für den Betreiber erzeugen würden. Daher kann die Umsteige-

qualität nicht isoliert betrachtet werden. Wir haben uns mit der Integration der Umsteigequalitätsoptimierung und der Umlaufplanung beschäftigt. Möchte man die Umläufe simultan mit den Startzeiten optimieren, erhält man natürlich einen größeren Lösungsraum und kann möglicherweise Umläufe geschickter verknüpfen als im Startfahrplan und sogar ganze Busse einsparen. Allerdings ist das Umlaufproblem in einem variablen Fahrplan ein sehr schweres Problem (siehe [12]), insbesondere wenn realistische Anforderungen wie mehrere Bustypen, mehrere Busdepots, etc. gestellt werden. Es benötigt weiterhin viel Expertise über die anschließende Dienstplanung und die Infrastruktur an den Endhaltestellen um einen personalfreundlichen Umlaufplan zu erstellen.

Wir haben uns daher auf zwei verschiedene Ansätze konzentriert, die die Umlaufplanung trotzdem mit einbeziehen. Zunächst haben wir alle Touren eines bestehenden Umlaufs als ein zusammenhängendes Konstrukt betrachtet, deren Touren alle nur synchron verschoben werden dürfen. Es ist offensichtlich, dass ein solcher Umlaufplan immer noch zulässig bezüglich der oben genannten Anforderungen ist. Wenn man allerdings davon ausgeht, dass ein Fahrplan nicht streng periodisch ist und somit sich nicht jede Anschlussmöglichkeit gleichförmig wiederholt, so verschenkt man viel Optimierungspotential. Unser erweiterter Ansatz ist es daher den Umlauf als Folge von Touren zu belassen, aber die einzelnen Touren trotzdem unabhängig voneinander zu verschieben. Natürlich muss hier die Zulässigkeit des Umlaufs weiterhin garantiert sein.

Da auch dieses vereinfachte Problem immer noch das QSAP als Teilproblem enthält, bleibt es NP-schwer. Die obigen Ergebnisse für die Verschiebung ganzer Linien lassen sich in der Theorie auch auf entartete Linien mit nur einer Tour übertragen. Damit würde die Anzahl der Variablen allerdings um ein Vielfaches ansteigen und die obigen Ansätze wären nicht mehr in praktikabler Zeit rechenbar. Wir werden im Folgenden jedoch 2 Heuristiken vorstellen, die auf realen Fahrplandaten gute Ergebnisse liefern.

### 3.1 Dynamische Programmierung

Wir wählen eine beliebige Umlaufsequenz, bei der wir die Shifts der enthaltenen Touren variabel lassen. Alle anderen Touren fixieren wir auf ihren aktuellen Shift. Wir betrachten nun die Touren der ausgewählten Umlaufsequenz in ihrer dort auftretenden Reihenfolge. Für jeden Shift der ersten Tour können wir bestimmen, wie viel Gewinn wir durch seine Wahl bezüglich aller anderen fixierten Touren erhalten. Der Gesamtnutzen jedes Shifts aller folgenden Touren ist nun die Summe aus dem Gewinn, den wir durch seine Verbindung zu den fixierten Umläufen erhalten und dem höchsten Gesamtnutzen seiner Vorgängertour in der Umlaufsequenz. Für die letzte Tour wählen wir also den Shift mit dem höchsten Gesamtnutzen und bestimmen dann rekursiv den besten Vorgänger (vergleiche [7]).

Auf diese Weise können wir für jeden Umlauf optimal die beste Shiftkombination berechnen, allerdings immer nur unter der Prämisse, dass alle anderen Umlaufsequenzen fixiert sind. Man kann aber nun randomisiert Sequenzen auswählen und diese lokal optimieren.

Der Algorithmus läuft linear in der Anzahl der Shifts. In der Praxis bedeutet das, dass auch große Instanzen von über 700 Touren und über 30 Shifts noch in etwa 20 Sekunden berechnet werden können. Kleinere Instanzen benötigen nur wenige Sekunden. Im Vergleich dazu können kommerzielle Solver selbst die lineare Relaxierung der exakten Formulierung

bereits bei 200 Touren und 21 Shifts nicht mehr innerhalb von 3 Stunden lösen. Dabei ist vor allem die Anzahl der möglichen Shifts entscheidend für die Berechenbarkeit.

Ausgehend von den realen Fahrplandaten konnten wir die Anzahl der Komfortanschlüsse gegenüber der des originären Fahrplans signifikant erhöhen. Das spezifische Verbesserungspotenzial ist natürlich instanzabhängig.

### 3.2 Primal-Duale Approximation

Wenn wir voraussetzen, dass die Qualität einer Shiftkombination zweier Touren nur von der Shiftdifferenz abhängt und wir weiterhin alle integralen Shifts innerhalb eines bestimmten Intervalls zulassen, so lässt sich das Problem der Transferoptimierung als ein maximales Erfüllbarkeitsproblem beschreiben: (siehe Gleichung (2))

$$\begin{aligned}
 \max \quad & \sum_{(e) \in \mathcal{E}} w_e y_e \\
 \text{s.t.} \quad & (y_e = 1 \Leftrightarrow l_e \leq x_j - x_i \leq u_e) \quad \forall e \in \mathcal{E} \text{ mit Touren } i, j \quad \forall i, j \in T \\
 & \tilde{l}_{ij} \leq x_j - x_i \leq \tilde{u}_{ij} \quad \forall i \mapsto j \\
 & l_i \leq x_i \leq u_i \quad \forall i \in T \\
 & x_i \in Z \quad \forall i \in T \\
 & y_e \in \{0, 1\} \quad \forall e \in \mathcal{E}
 \end{aligned} \tag{2}$$

wobei  $T$  die Menge aller Touren und  $\mathcal{E}$  die Menge aller Umsteigebeziehungen bezeichnet. Außerdem beschreibt  $i \rightarrow j$ , dass die Tour  $i$  im gegebenen Umlaufplan unmittelbar vor der Tour  $j$  gefahren wird. Diese Bedingung wird wie ein Anschluss gehandhabt, der nicht zur Disposition steht.

Wir möchten also die gewichtet maximale Menge an Umsteigebeziehungen erhalten, die einerseits den Umlaufplan nicht verletzt und andererseits jede Tour nur innerhalb ihres zulässigen Intervalls verschiebt. Man beachte, dass  $\mathcal{E}$  auch mehrere Ungleichungen für die gleiche Umsteigebeziehung enthalten kann, so dass man mehr Gewinn für die Erhaltung eines Komfortanschlusses generiert als für einen Risikoanschluss. Die Variablen  $y_e$  sind also Entscheidungsvariablen, die anzeigen ob der entsprechende Anschluss erfüllt werden kann oder nicht. Ein Anschluss ist genau dann erfüllt, wenn die Shiftdifferenz der Touren im Intervall  $[l_{ij}, u_{ij}]$  liegt. Jeder erfüllte Anschluss gibt uns einen Gewinn  $w_e$ . Die  $x$ -Variablen geben uns die Startzeiten für alle Touren. Wir dürfen jede Tour innerhalb ihres Shiftintervalls  $[l_i, u_i]$  verschieben. Das logische Programm (2) dient nur der Veranschaulichung der Problemstellung. Da eine Umformulierung als lineares Programm auf „big M“-Formulierungen angewiesen wäre, sind hilfreiche Schranken nicht zu erwarten. Stattdessen haben wir uns für einen primal-dualen Approximationsansatz entschieden:

Wir fassen  $\mathcal{E}$  nun als Kantenmenge eines Graphen auf, dessen Knoten die Menge der Touren ist. Wir richten diese Kanten in beiden Richtungen und tragen als Länge jeweils die maximale Shiftdifferenz ab.

Man kann sich nun leicht vorstellen, dass ein negativer Kreis in diesem Graphen einer inkonsistenten Menge an Umsteigebeziehungen entspricht. Wir möchten folglich möglichst wenige Kanten entfernen, so dass im verbleibenden Graphen keine negativen Kreise mehr existieren. Wir können dieses Problem dann als Hitting Set Problem beschreiben, bei dem unsere Grundelemente die Kanten sind und unsere Mengen sind die negativen Kreise. Wir



möchten eine minimale Menge an Kanten bestimmen, so dass jeder negative Kreis mindestens eine solche Kante enthält. Allerdings sind diese Kreise nicht explizit bekannt, wir können jedoch in Polynomialzeit testen, ob der Graph solche enthält.

Man kann das Hitting Set Problem mit dem primal-dualen Approximationsansatz (siehe [2]) approximieren. Im Allgemeinen liefert uns dies aber nur eine unbefriedigende Approximationsgüte.

Für den Spezialfall, dass dieser Graph zum einen planar ist (d.h. seine Knoten und Kanten können in der Ebene so angeordnet werden, dass sich keine Kanten schneiden), weiterhin die Verschiebbarkeit einer Tour nicht eingeschränkt ist ( $l_i = -\infty$ ,  $u_i = \infty$ ) und die gewinnbringende Shiftdifferenz eindeutig ist ( $l_{ij} = u_{ij}$ ) ist das Problem weiterhin NP-schwer. Wir können hier nun allerdings gewisse Eigenschaften unserer Kreise ausnutzen (vergleiche [4]) und erhalten mit dem primal-dualen Ansatz so eine bessere Approximationsgüte, nämlich 2. Dies erklärt sich dadurch, dass wir in planaren Graphen effizient alle relevanten negativen Kreise bestimmen können und diese simultan betrachten können. Dies verhindert die ungünstigen Reihenfolgen, die im Standardansatz die Approximationsgüte negativ beeinträchtigen.

Während im Optimum das Minimierungsproblem „Hitting Set“ und unser Maximierungsproblem äquivalent sind, ist die oben angegebene Approximation nur für das Minimierungsproblem gültig. Das originäre Maximierungsproblem können wir auf planaren Graphen durch die Wahl eines beliebigen Spannbaumes auch im gewichteten Fall 3-approximieren. Für beliebige Graphen gilt, dass wir dieses Problem  $a$ -approximieren können, wenn  $a$  die Arborizität des Graphen ist. Diese lässt sich in polynomieller Laufzeit bestimmen (siehe [2]).

Für die realitätsnäheren allgemeinen Bedingungen sind diese Approximationsgüten zwar nicht garantiert, allerdings lässt sich der primal-duale Algorithmus dennoch anwenden. Wir definieren hier eine Menge von künstlichen Umsteigebeziehungen, die die Umläufe sicherstellen, sowie Umsteigebeziehungen zu einem künstlichen Knoten, die das Shiftintervall begrenzen. Diese Umsteigebeziehungen sind nicht optional sondern müssen erhalten werden. Da es keinen Kreis geben darf, der nur aus solchen fixierten Kanten besteht, kann man immer eine Kante finden, die gelöscht werden darf.

Die Qualität der Ergebnisse ist sehr instanzabhängig; in einigen Fällen dominiert sie die dynamische Programmierung, allerdings ist der primal-duale Algorithmus deutlich langsamer. Die besten Ergebnisse werden mit unserer Bewertungsfunktion erzielt, wenn man nur die Anzahl der gesicherten Komfortanschlüsse optimiert.

## 4 Ergebnisse und Entscheidungsunterstützung

### 4.1 Ergebnisse der Optimierung

In diesem Abschnitt werden einige Ergebnisse anhand eines Fallbeispiels der Fahrplanabstimmung für die Stadt Kaiserslautern präsentiert.

Tabelle 2 zeigt ein ausgewähltes Ergebnis für die Fahrplanoptimierung des Nachmittagsverkehrs. Für die Optimierung wurden keine Randbedingungen gesetzt, das heißt die Algorithmik hatte freie Hand für Änderungen. Der neu berechnete Fahrplan enthält 340

Komfort-Anschlüsse mehr als der aktuelle Fahrplan, bei geringen Verlusten am Hauptbahnhof. Letztendlich obliegt es aber dem Verkehrsplaner, ob ein neuer Fahrplan „besser“ ist als der gegebene, da in diese Entscheidung sehr viel Expertenwissen einfließt, das von der Algorithmik nicht berücksichtigt werden kann. Die hohe Anzahl an Anschlüssen des Typs „Kein Anschluss“ ist kein Indikator für einen schlechten Fahrplan, sondern Konsequenz der hohen Anzahl der potentiell möglichen Anschlüsse und ist daher eher als Chance zu betrachten.

	Beinahe	Risiko	Komfort	Geduld	Kein Anschl.
Stadtmitte	282 (-252)	112 (-165)	2601 (+357)	992 (-85)	3999 (+145)
Hauptbahnhof	215 (-2)	100 (+3)	388 (-26)	417 (+42)	1571 (-17)
Westbahnhof	22 (-8)	9 (-12)	18 (+9)	24 (-9)	124 (+20)
Gesamt	519 (-262)	221 (-174)	3007 (+340)	1433 (-52)	5694 (+148)

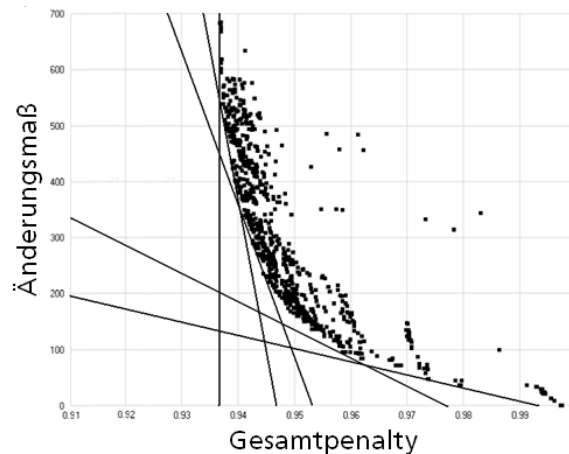
**Tabelle 2: Beispiellösung einer Optimierung für die Stadt Kaiserslautern. Die Werte in Klammern zeigen die Veränderungen im Vergleich zu dem aktuellen Fahrplan. Die Anzahl der Komfort-Anschlüsse konnte deutlich erhöht werden.**

In Tabelle 3 wird eine alternative Darstellung einer anderen Lösung mit weniger Veränderungen dargestellt. Hier wird die Anzahl der veränderten Anschlusstypen dargestellt, die zuvor vom Verkehrsplaner als „wichtig“ markiert wurden. Den erzeugten 39 wichtigen Komfort-Anschlüssen stehen nur 5 verlorene wichtige Komfort-Anschlüsse gegenüber. Berücksichtigt man die Tatsache, dass Verkehrsplaner in der Regel für die Verbesserung eines einzelnen Anschlusses viel Arbeit in Kauf nehmen, ist dies ein sehr gutes Ergebnis.

Von \ nach	Beinahe	Risiko	Komfort	Geduld	Kein Anschl.
Beinahe	28	0	23	0	27
Risiko	0	31	1	0	0
Komfort	0	5	1726	0	0
Geduld	0	0	15	206	0
Kein Anschl.	0	0	0	0	3392

**Tabelle 3: Matrix die die Veränderungen von Anschlussklassen für als „wichtig“ gekennzeichnete Anschlüsse wiedergibt. Es wird eine Lösung mit geringen Änderungen an den Fahrplänen angezeigt, die dennoch signifikante Verbesserungen enthält. Insgesamt wurden 39 neue wichtige Komfort-Anschlüsse generiert, wogegen nur 5 dieser Anschlüsse verloren wurden.**

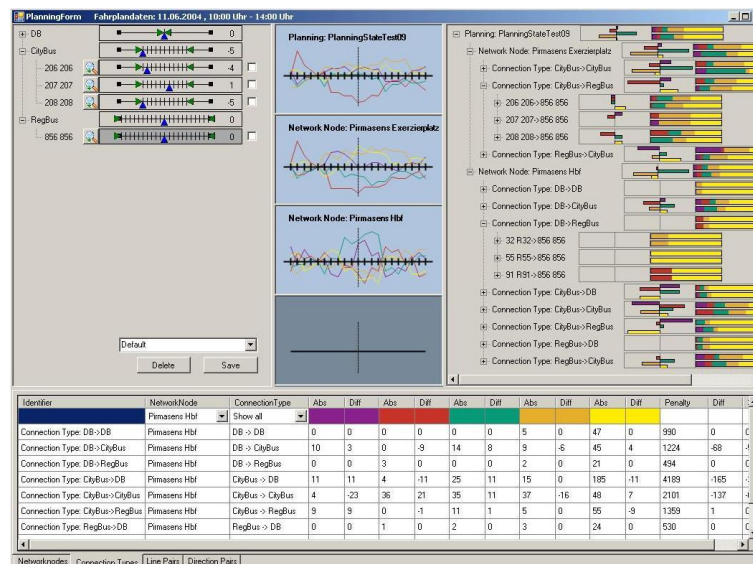
Die Qualität der Lösung der Metaheuristiken kann in Bild 3 analysiert werden. Hier werden viele generierte Fahrpläne graphisch miteinander verglichen (dargestellt als Punkte im zwei-dimensionalen Zielraum). Die berechneten unteren Schranken (dargestellt als schwarze Linien) zeigen, wie nah die berechneten Ergebnisse am potentiell möglichen Optimum liegen. Dies ist ein Hinweis dafür, dass die verwendeten Heuristiken gut für die Lösung des Problems geeignet sind.



**Bild 3:** Visualisierung von Lösungen im zwei-dimensionalen Zielfunktionsraum. Jeder Punkt entspricht einem berechneten Fahrplan. Die x-Achse zeigt die durchschnittliche Anschlussqualität, die y-Achse visualisiert die Menge an Änderungen, die an dem ursprünglichen Fahrplan vorgenommen wurden. Die schwarzen Geraden zeigen die berechneten Schranken, unterhalb derer es keine weiteren Lösungen mehr geben kann.

## 4.2 Entscheidungsunterstützung und Visualisierung

Der angesprochene Lösungsansatz wurde bereits im Fraunhofer-Forschungsprojekt SynPlan benutzt um dem Verkehrsplaner sowohl die IST-Analyse eines bestehenden Planes zu ermöglichen, als auch die Auswirkung seiner Änderungsideen zu prognostizieren. Bild 4 zeigt einen Screenshot der SynPlan-Software.



**Bild 4:** Screenshot der SynPlan-Software

Der Planer kann den Fahrplan mithilfe dieser Software auf verschiedenen Ebenen, also z.B. für einen Planungstag, einen Umsteigepunkt oder für eine konkrete Umsteigebeziehung analysieren. Dabei zeigt ihm eine Farbverteilung wie viele Komfortanschlüsse, Risikoanschlüsse etc. derzeit dort bestehen bzw. durch eine Veränderung erzielt wurden. Er kann

nicht nur einzelne Linien verschieben um die Ergebnisse zu testen, sondern es werden ihm durch Qualitätskurven bereits Hinweise gegeben welche Verschiebungen erfolgversprechend sind.

Es ist aber auch möglich mit den in den vorherigen Abschnitten beschriebenen Algorithmen den Plan automatisiert zu verbessern. Diese Lösungsvorschläge können mit den eigenen Ideen verglichen werden und zu neuen Ansätzen inspirieren.

In der Praxis gibt es viele Nebenbedingungen, die der Verkehrsplaner nicht konkret beschreiben kann, sondern die erst durch eine unbefriedigende Lösung offenbar werden. Die Software erlaubt es ausgehend von einer berechneten Lösung zusätzliche Randbedingungen hinzuzufügen um das reale Modell besser anzunähern. Dies könnte zum Beispiel das Erzwingen eines bestimmten Komfortanschlusses sein oder die Synchronisierung mehrerer Linien an einem Treffpunkt.

## 5 Fazit

Die entwickelten Konzepte eignen sich gut, um Verkehrsplaner bei der Synchronisierung von Fahrplänen zu unterstützen. Die Ansätze, die zusammen mit Verkehrsplanern entwickelt wurden, sind in der Lage eine sinnvolle Verbesserung zu dem Prozess der Fahrplanabstimmung innerhalb von Verkehrsverbünden beizutragen.

Die vorgestellte Arbeit erweitert die bestehenden Lösungskonzepte um eine Berücksichtigung der bestehenden Umläufe und leistet somit einen weiteren wichtigen Beitrag, um die komplexe Problematik der ganzheitlichen Fahrplansynchronisierung in der Praxis zu lösen.

Zukünftiges Ziel ist es, auch weitergehende Fragestellungen der Umlaufplanung zu berücksichtigen, wie die Personalplanung oder eine mögliche Veränderung der tatsächlichen Busumläufe. Dies würde weiteres Potential für eine Verbesserung der Fahrpläne schaffen.

## 6 Literatur

- [1] Schüle, I. (2010): RLT Approaches to QSAPs – Applied to Timetable Synchronization in Public Transport, Dissertation an der TU Kaiserslautern, Logos Verlag.
- [2] Gabow, H. N.; Westermann, H. H. (1992): Forests, frames, and games: Algorithms for matroid sums and applications, *Algorithmica* 7 (1): 465-497.
- [3] Goemans, MX; Williamson, DP (1996): The primal-dual method for approximation algorithms and its application to network design problems, *Approximation Algorithms for NP-Hard Problems*, PWS, Boston.
- [4] Goemans, MX; Williamson, DP (1997): Primal-Dual Approximation Algorithm for Feedback Problems in Planar Graphs, *Combinatorica*, 17, 1-23.
- [5] Klemt, W.; Stemme, W. (1988): Schedule synchronization for public transit networks. In: J.R. Daduna, A. Wren (eds.), *Computer-aided transit scheduling, Proceedings, Lect. Notes Econ. Math. Syst.* 308, 327-335.

- [6] Schüle, I.; Dragan, A.; Radev, A.; Schröder, M.; Küfer, K.-H. (2008): Multicriteria optimization for regional timetable synchronization in public transport. *Operations Research Proceedings 2008*, 313-318, Springer Verlag.
- [7] Schüle, I.; Schröder, M.; Hansen, N. (2011): Fahrplansynchronisierung im öffentlichen Nahverkehr – Mathematische Optimierung zur Verbesserung komplexer Abstimmungsprozesse. *Proceedings of Heureka '11 – Optimierung in Verkehr und Transport*, FGSV Verlag, März 2011.
- [8] Voß, S. (1992): Network design formulations in schedule synchronization. In: M. Desrochers et al. (eds.), *Computer-aided transit scheduling, Proceedings, Lect. Notes Econ. Math. Syst.* 386, 137-152.
- [9] Domschke, W. (1989): Schedule synchronization for public transit networks. *OR Spektrum* 11:17-24.
- [10] Schröder, M.; Schüle, I. (2008): Interaktive mehrkriterielle Optimierung für die regionale Fahrplanabstimmung in Verkehrsverbünden. *Straßenverkehrstechnik*, (6):332-340.
- [11] Fleurent, C.; Lessard, R.; Séguin, L. (2004): Transit timetable synchronization: evaluation and optimization. *9th International Conference on Computer Aided Scheduling in Public Transport*.
- [12] Hansen, N. (2009): Integrating timetabling and vehicle scheduling. Diplomarbeit, Fachbereich Mathematik, TU Kaiserslautern.